

SAVR法——影像表面分维估计 的新方法*

陶 闯 林宗坚

(武汉测绘科技大学 武汉 430070)

摘 要 本文在分形表面积与体积关系的基础上,导出了一种估计影像表面分维数的新方法——SAVR法。通过对合成的已知维数分形影像数据的测试,表明新方法在分维估值准确性和无标度区特性方面表现较优,进一步与BLANKET法分维估计实验比较得出,SAVR法具有较强的保持高分辨影像分维估值的稳定性。最后提出了基于SAVR法方向分维的纹理特征度量并给出了在方向纹理分析中的应用实例。

关键词 分形,分维,纹理分析

混沌学阐明,任何非线性耗散系统,在耗散性作用下,均会成为趋向吸引子的无规运动,其中奇异吸引子便是一种相空间的分形,也具有分数维,因此,分维的意义已不仅仅是一种几何测度的概念,而是具有广泛意义的复杂系统特征。分形理论在其研究与应用中的主要工具就是其形式众多的分维数。

维数是集合填充空间能力的度量,它包含了集合几何性质的多方面信息。分维作为一种新型的影像分析手段,已开始纹理识别、特征提取和影像分类中得到了应用^[1-3]。然而在分维的实际操作中,存在一个估计分维的技术问题,即不同的分维估计方法,对同一数据集,其维数估计结果是否相同?文献[4]对现有的较有代表性的影像分维估计方法进行了比较性的研究,结果得出:不同的估计方法,以不同的分形机制为出发点,选择不同的码尺与物理量进行分维估计,其分维估计结果是不同的,且不同的方法具有不同的性质和特点。

对于影像分析而言,人们希望有一种满足如下性质的分维估计方法:其一,由于实际数据并非是纯分形的,因此不存在清晰的无标度区间,故此希望估计方法对无标度区不敏感,能广泛地适宜于近似分形数据的分维度量;其二,该估计方法具有尺度不变性,即对不同尺度、不同分辨率的影像数据,其分维估值保持稳定。下面给出一种基于测度关系的分维估计新方法,此法较好地满足了上述两条性质。

1 SAVR 法分维估计

Mandelbrot^[5] 在研究动物脑褶分形结构的基础上,给出了动物脑结构所满足的表面积 S 与体积 V 的测度关系:

* 国家自然科学基金和测绘遥感信息工程国家重点实验室基金资助。

收稿日期:1993年9月27日;收到修改稿日期:1994年3月17日

$$S^{\frac{1}{D}} \propto V^{\frac{1}{n}} \quad (1)$$

董连科^[6]以物理量纲分析法,导出了(1)式的具体等式关系,并推广到高维情况:

$$S^{\frac{1}{D_{n-1}}} = k \cdot r^{\frac{n-1-D_{n-1}}{D_{n-1}}} \cdot V^{\frac{1}{n}} \quad (2)$$

S 表示 E^n 中的一个分形超曲面, D_{n-1} 是它的分维数, V_n 表示由这个分形超曲面围成 E^n 中一个单连通的有界闭集的 n 维超体积。本文将在(2)式基础上,导出影像表面分维估计的分形表面积与体积关系方法(Superficial Area-Volume Relation Method: SAVR 法)。

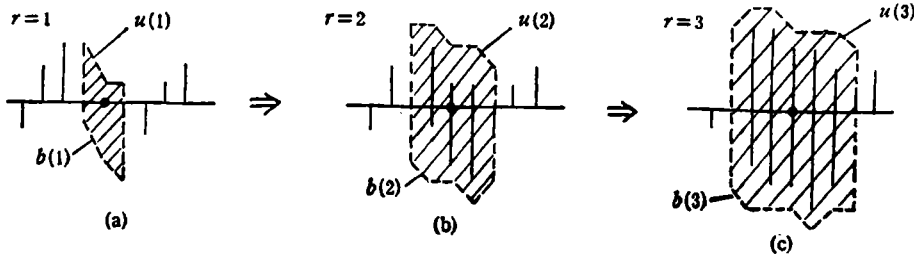


图1 SAVR 法分维估计中灰度剖面随尺度变化的情况

Fig. 1 The variation of intensity profile with the different scale in SAVR

对于影像灰度表面,可视为分形闭合曲面的一部分,其存在的欧氏维数为 $n = 3$, 此法的关键是 S 和 V 的估算。

如图1所示,先以影像内某一像点为中心,在以 r 为半径的区域上,以 Peleg^[7] 技术估计相对于该点 r 区域上的上下表面 $\mu_c(r)$, $b_c(r)$:

$$\mu_c(r, i, j) = \max\{\mu_c(r-1, i, j) + 1, \max_{(m,n) \in S} [\mu_c(r-1, m, n)]\}$$

$$b_c(r, i, j) = \min\{b_c(r-1, i, j) - 1, \min_{(m,n) \in S} [b_c(r-1, m, n)]\}$$

$$\mu_c(0, i, j) = b_c(0, i, j) = G(i, j),$$

$$S = \{(m, n) | \|(m, n) - (i, j)\| = 1\} \quad (3)$$

及上下表面所夹的小柱体体积 $V_c(r)$ 和柱顶表面积 $A_c(r)$:

$$V_c(r) = \sum_{i,j} [\mu_c(r, i, j) - b_c(r, i, j)] \quad (4)$$

$$A_c(r) = V_c(r)/2r \quad (5)$$

μ_c 和 b_c 的计算亦可采用灰值形态学算法:

$$\mu_c(r) = G + rk = \max_{\substack{m,n \in H \\ i-m, j-n \in K}} \{G(i-m, j-n) + r \cdot k(m, n)\} \quad (6)$$

$$b_c(r) = G - rk = \min_{\substack{m,n \in H \\ i-m, j-n \in K}} \{G(i+m, j+n) - r \cdot k(m, n)\} \quad (7)$$

这里 k 为单位球形紧致结构元, K, H 分别为 k 和 G 在平面上的投影集合。

下面的问题是如何由 V_c 和 A_c 来计算 V 和 S 。对于规则格网上的离散数字影像,我们以小立方体的表面积和体积来估计 S 和 V ,这样可由小柱体体积和表面积 V_c, A_c 沿空间三方向拓展得到(图2),由此得到如下关系式:

$$S(r) = 2n \cdot A_c(r) \quad (8)$$

$$V(r) = n \cdot V_c(r) - (n - 1)(2r + 1)^3 \quad (9)$$

在影像各处均应能满足(2)式的结构关系,因此,我们从(8),(9)式出发,在影像表面等间距地选取一定数量的像点为中心,分别计算 $S(r)$ 和 $V(r)$, 然后取平均得到该影像 $r \times r$ 上的 $\bar{S}(r)$ 和 $\bar{V}(r)$, 最后代入(2)式有,

$$\bar{S}(r)^{\frac{1}{D_2}} = k \cdot r^{\frac{2-D_2}{D_2}} \cdot \bar{V}(r)^{\frac{1}{3}} \quad (10)$$

两边同时取对数

$$\begin{aligned} \log \bar{S}(r) &= D_2 \log k + 2 \log r - D_2 \log r \\ &+ \frac{D_2}{3} \log \bar{V}(r) \end{aligned} \quad (11)$$

因 D, k 为常数,整理得:

$$\log [\bar{S}(r)/r^2] = D_2 \log [\bar{V}(r)^{\frac{1}{3}}/r] + c \quad (12)$$

根据上式,由不同的尺度 r 可由最小二乘回归解得 D_2 值,即 SAVR 法的分维估值。

当(2)式中 n 取 2 时,则(2)式变通为分形周长与面积的测度关系,令 $P = S, A = V$, 有

$$P^{\frac{1}{D_1}} = k \cdot r^{\frac{1-D_1}{D_1}} \cdot A^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

仿上推导,亦可回归解得 D_1 。这里 D_1 表示的是影像灰度剖面的方向分维数 ($1 < D_1 < 2$)。故称此算法为 PAR 法 (Perimeter-Area Relation)。

若直接将相对于某像点计算的 $S(r)$ 和 $V(r)$ 直接代入(12)式估计 D_2 , 而不计算影像块的均值 $\bar{S}(r)$ 和 $\bar{V}(r)$, 则可得相对于该像点的分维估值,我们称此算法为点 SAVR 法 (Point SAVR)。由 SAVR 变通的 PAR 法和 PSAVR 法可应用于影像方向纹理分析和特征点提取^[1,2]。

2 实验验证与比较

合成模拟分形数据的方法主要有 FT (Fourier Transform) 法、CI (Cylindrical Integration)法、IFS (Iterated Function Systems) 法和 MPD(Mid-Point Displacement) 法,本文以应用中较成熟的 MPD 法(中点变位法)合成了维数分别为 2.1—2.9 的九幅分形影像(以真三维形式示于图版 I 图 3 和图 4, 两图中的维数自左至右自上至下为 2.1, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 地形表面分维介于 2.1—2.5 维之间), 利用该影像对 SAVR 法估计分维的可行性进行了验证, 维数计算结果见表 1。其中估计尺度区间为: $r_{\min} = 3, r_{\max} = 14$, 窗口尺寸为 21×21 。同时与其它方法进行的比较性实验^[4]表明,在现有的几种影像分维估计方法中, SAVR 法是一种较有效的适宜于影像分维估计的新方法。SAVR 法在分维估值准确性方面优于 BOXM 法 (Voss, 1986), 与 BLANKET 法 (Peleg, 1984)、FBM 法 (Pentland, 1984) 相当;在无标度区间特性方面则优于 FBM 法,与 BLANKET 法表现一致。图 5 为 SAVR 法双对数分维估计曲线,曲线的直成拟合误差小于 0.02。由

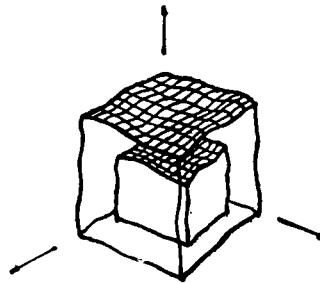


图 2 小立方体构造

Fig. 2 The constitution of small cube for SAVR

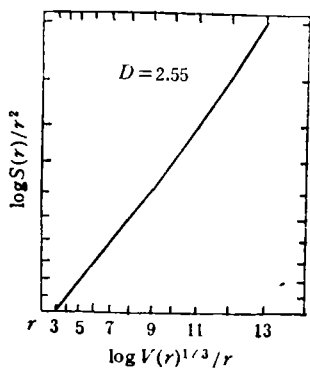


图5 SAVR法分维估计双对数曲线

Fig. 5 The fractal plot of SAVR

由此可见, SAVR法无标度区较宽, 对分形尺度区间不敏感, 因而可应用于较广泛类的影像表面分维度量。

多尺度下的不变形性是分形应用的主要特征之一, 因此, 分维是多分辨率影像分析的一个重要手段。本文将 $D = 2.5$ 的模拟分形影像, 以四叉树平滑方式生成了不同分辨率的四级影像。将新方法与 BLANKET 法进行了比较, 在现有方法中, BLANKET 法具有较好的分辨率影像分维估计的稳定性^[7]。实验统计结果见表 2。SAVR 法显示了较强的多尺度变换分维估计的稳定性, SAVR 的标准差 σ 是 BLANKET 的 38%。从理论分析可以看出: BLANKET 法中的表面积估计是对整个影像块而言的, 尺度 r 仅决定“BLANKET”的厚度, 而 SAVR 法中的表面积则在各个方向上均与尺度 r 发生联系, 从

分数布朗运动的统计过程来看

$$\langle [B_H(t+r) - B_H(t)]^2 \rangle \propto |r|^{2-2D} \quad (14)$$

在影像场水平运动方向, 分维 D 与尺度 r 是相关的, 因而 SAVR 法更好地体现了影像分

表 1 SAVR 法对模拟分形影像的分维估计结果

Tab. 1 The estimating results of SAVR on the synthesized fractal images

已知维数	SAVR 法	BOXM 法	FBM 法	BLANKET 法
2.1	2.16	2.18	2.16	2.15
2.2	2.26	2.26	2.18	2.26
2.3	2.36	2.38	2.31	2.33
2.4	2.47	2.42	2.48	2.45
2.5	2.55	2.44	2.54	2.53
2.6	2.64	2.49	2.61	2.63
2.7	2.75	2.51	2.67	2.74
2.8	2.81	2.51	2.73	2.81
2.9	2.87	2.52	2.75	2.87

表 2 SAVR 法与 BLANKET 法的多分辨率影像分维估计比较

Tab. 2 Comparison of estimated fractal dimension on the multiresolution images with the SAVR and BLANKET method

级数	0	1	2	3	4	均值 s	标准差 σ
SAVR 法	2.55	2.62	2.64	2.54	2.57	2.584	0.044
BLANKET 法	2.53	2.65	2.67	2.40	2.65	2.580	0.115

形场的统计 FBM 特性^[2]。

3 方向分维纹理度量

同其它测度一样, 我们认为分形亦具有方向性。前已述及, 由 SAVR 法导出的 PAR

法可以估计影像的方向分维数。设 D_i 表示 i 方向的分维估计量, 实际应用中, D_i 可有多种组合, 以达到不同的处理目的。 D_i 及其构造的特征亦可以组合成描述影像的特征矢量, 以用于影像的分类处理。以下为本文构造的物理意义较明晰的纹理特征度量。

$$\text{能 量:} \quad \text{ENG} = \frac{1}{n} \sum_i D_i \quad (15a)$$

$$\text{方 向:} \quad \text{D(DIR)} = \min_i \{D_i\} \quad (15b)$$

$$\text{方向强度:} \quad \text{MAGD} = 2 - \min_i \{D_i\} \quad (15c)$$

$$\text{散 度:} \quad \text{DISP} = \sum_i |D_i - \text{ENG}| \quad (15d)$$

能量表示纹理粗糙、起伏变化的程度; 方向为纹理变化的趋势朝向, 这里取方向维最小的那个方向; 方向强度表示该方向纹理朝向程度; 散度表示纹理方向性强弱, 散度越大, 纹理方向性越强。

图 6(a) 为两个方向的梯田埂航空影像的拼合图, 以 PAR 法 ($r_{\max} = 7$, 窗口尺寸 15×15) 对其中一子块进行分析, 统计结果为: $\text{ENG} = 1.63$, $\text{DIR} \approx \frac{\pi}{4}$,

$$\text{MAGD} = 0.54, \text{ DISP} = 0.34。$$

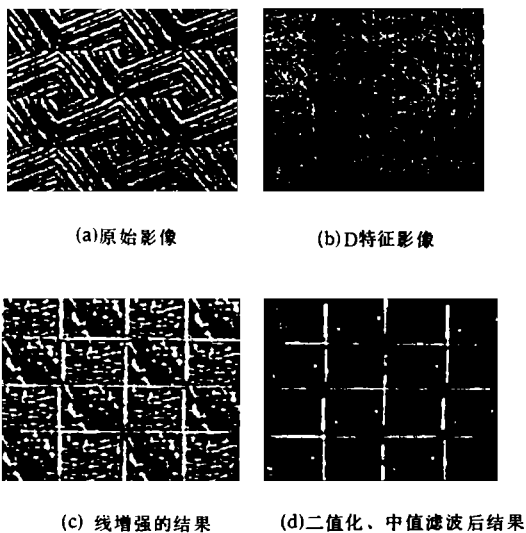


图 6 基于分维的方向纹理边界检测

Fig. 6 Fractal-based boundary detection to directional texture image

经大量数据实验, $\text{DISP} > 0.2$ 时, 纹理具有较明显的方向性。因此, 本影像块在 $\pi/4$ 方向上有较强的方向纹理。

下面是方向分维用于方向纹理边界检测的实验。以 PAR 法 ($r_{\max} = 4$) 对影像逐点计算 $\pi/4$ 和 $3\pi/4$ 两个方向的分维值, 得图 6(b)D 特征变换影像, 其像点值为:

$$G(i,j) = f\left[\frac{1}{2}(D_1 + D_2)\right]。 f[\cdot] \text{ 表示线性映射, 使之具有 8bit 灰级范围。由于原影像}$$

在垂直的两方向上纹理变化最剧烈,在纹理块的交界处,两个方向的纹理变化均较强,所以纹理边界在图 6(b)中输出的 G 值较大,对图 6(b)用 Nevatia 方向模板^[8]分别沿 0° 和 90° 方向作线增强,再经 5×5 十字型中值滤波,去除影像中的小直线段,得图 6(c)。最后再作二值化和 5×5 十字型中值滤波,得到纹理边界的检测结果图 6(d)。

4 结 论

本文提出了一种影像分维估计的新方法——SAVR 法,并通过模拟的分形影像验证了新方法的适宜性和有效性,新方法的主要特点在于:(1)具有较强的多分辨影像分维估计的稳定性,较适宜于多分辨率影像分析与处理;(2)分形无标度区较宽,可用于分形及近分形影像表面的分维度量;(3)可以估计影像灰度剖面的方向分维数,并可构造出许多有益的描述影像的特征度量。值得指出的是,本方法同样可运用于其它表面(如地形表面等)的分维估计。无疑新方法将是分形用于表面分析的又一新型工具。

参 考 文 献

- [1] 陶闯,林宗坚,卢健. Image Fractal Dimension Estimation and Its Application to Image Segmentation. *Int. Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*. 1992, 29, Part B3.
- [2] 陶闯. 基于分形的影像场表达与影像处理应用. *测绘学报*, 1994, (2).
- [3] Pentland A. Fractal-based description of natural scenes. *IEEE PAMI* 1984, 6(6).
- [4] 陶闯,林宗坚. 影像分维估计方法的研究. *测绘学报*, 1993, (3).
- [5] Mandelbrot- *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman, New York, 1982.
- [6] 董连科. 分形理论及其应用. 沈阳: 辽宁科学技术出版社, 1991.
- [7] Peleg S. et al. Multiple Resolution Texture Analysis and Classification. *IEEE PAMI* 1984, 6 (4).
- [8] Nevatia R. Linear Feature Extraction and Description. *CVGIP*, 1980, (13).

SAVR Method: A New Technique to Estimate the Fractal Dimension of Intensity Surfaces

Tao Chuang Lin Zongjian

(Wuhan Technical University of Surveying and Mapping)

Abstract Based on the fractal relation between the superficial area and volume, a new method called the SAVR Method is derived for 3-D surfaces. The comparative studies and experiments show the new method behaves well both in the estimating accuracy of fractal dimension and the characteristics of limit scales by testing the synthesized the fractal images with the known dimensions. Especially, the SAVR method could obtain the stable estimates of intensity surfaces with varying the different resolutions. At the last, we proposed a kind of texture feature measures based on the SAVR directional fractal dimension for texture analysis, and the experiments in boundary detection of texture image are also present.

Key words Fractal, Fractal dimension, Texture analysis